

## 1. Feladatsor

1. Legyen  $n$  természetes szám és  $p_1 = 2, p_2 = 3, p_3 = 5, p_4 = 7, \dots$  a prímek növekvő sorozata. Bizonyítsa be, hogy

$$p_1 p_2 \dots p_n + 1$$

sosem lehet négyzetszám. Hogyan általánosítható a feladat?

2. Lehet-e egymás követő egész számok összege  $2^{100}$ ? (Róka Sándor)
3. Végződhet-e 2 valamelyik hatványa négy egyforma számjegyre? (Róka Sándor)
4. Bizonyítsa be, hogy a Fermat-egyenletnek, azaz

$$x^n + y^n = z^n$$

nincs olyan természetes számokból álló megoldása, ahol  $n > z$ .

5. Jelölje  $S_n$  az első  $n$  darab prímszám összegét. Bizonyítsa be, hogy  $S_n$  és  $S_{n+1}$  közé mindig esik négyzetszám. (VJIMC 2013)
6. Találja meg az összes  $p$  prímet, amelyre

$$p \mid [(2 + \sqrt{5})^p] - 2^{p+1}$$

osztható  $p$ -vel.

7. Mely  $p$  prímeke lesz  $\frac{p+1}{2}$  és  $\frac{p^2+1}{2}$  is négyzetszám?