3. Feladatsor

1. Bizonyítsa be, hogy $2n-1$ darab egész szám közül mindig kiválasztható n darab, amelyek összege oszható n-nel. *(Erdős-Ginzburg-Ziv tétel)*

2. Találjuk meg az összes x és y pozitív egész számot, amelyre
$$x^y = y^x.$$

3. Határozzuk meg az összes n egész számot, amelyre
$$(x+y+z)^2 = nxyz$$
megoldható a pozitív egész számok körében. *(American Mathematical Monthly)*

4. Bizonyítsa be, hogy létezik olyan Fibonacci szám, amely 1000 darab 9-esre végződik.

5. Legyen $d(n)$ az n pozitív osztóinak száma. Definiáljuk az f függvényt úgy, hogy minden n-re $f(f(n)) = d(n)$. Bizonyítandó, hogy ekkor minden p prímre $f(p)$ is prím. *(Canadian Mathematical Olympiad 2017 P2)*