

5. Feladatsor

1. Jelölje $d(n)$ az n pozitív osztónak számát. Bizonyítsa be, hogy

$$d(1) + d(3) + d(5) + \dots + d(2n - 1) \leq d(2) + d(4) + \dots + d(2n).$$

(Kanadai Matematikai Diákolimpia)

2. Bizonyítsa be, hogy $1^{1001} + 2^{1001} + 3^{1001} + \dots + n^{1001}$ nem osztható $n + 2$ -vel. (Pathfinder for Olympiad Mathematics)

3. Keressük meg az összes $p(x)$ egész együtthatós polinomot, amelyre minden egész n -re $p(n)$ egy palindrom szám (azaz ugyanaz a szám előlről mint hátrafele olvasva, pl.: 23832) (Aditya Guha Roy és Fedor Petrov)

4. Bizonyítsa be, hogy

$$(x + 1)^2 + (x + 2)^2 + \dots + (x + 99)^2 = y^z$$

nem oldható meg az egész számok körében. (Magyar Matematikai Olimpia)

5. Bizonyítsa be, hogy

$$x^3 + y^4 = 7$$

nem oldható meg az egész számok körében. (Titu Andreescu, Dorin Andrica, Ion Cucurezanu)