

Tematika

Komplex számok trigonometrikus alakja. e^{it} függvény, $e(\alpha)$ definíciója. Trigonometrikus (exponenciális) polinomok, hatványsorok. Trigonometrikus polinom együtthatóinak meghatározása integrálással. Parseval formula. $|1 - e(\alpha)|$ becslése. q -adik egységgyökök összege. Jensen-Ramanujan formula.

Csoportkarakterek. Alaptulajdonságok. Adott elem előfordulásainak számára vonatkozó tétel. Csoport karakterek speciális esetei: additív és multiplikatív karakterek. Fourier transzformált. Egy halmaz r -rel kongruens elemeinek számára vonatkozó exponenciális összeg (Fourier transzformáltal).

$f(x_1, \dots, x_t) = 0 \pmod{m}$ kongruencia megoldásszáma. Többváltozós lineáris kongruencia megoldásszáma. Gauss összegek. $x^2 + y^2 = a \pmod{p}$ megoldásszámának meghatározása.

Vinogradov lemmája (tételként kimondva). Sárközy tétele: az $a + b = cd$ egyenlet megoldhatósága. Alkalmazások: Fermat kongruencia, $x^m + y^n = z^k \pmod{p}$ egyenlet megoldhatósága. Azaz alkalmazás, hogy $|A||B| \gg p$, akkor létezik $\left(\frac{a+b}{p}\right) = 1$ ($a \in A$, $b \in B$), és ugyanez -1-gyel.

Weyl összegek. Weil tétel (bizonyítás nélkül). Rivat-Sárközy-Stewart tétel: a bizonyításhoz moduláris lemma + szita. A moduláris lemma bizonyítása (a szita bizonyítása nem kell).

Kloosterman-összegek. Teljes és nem teljes összegek. Kloosterman-összeg alaptulajdonságai. Kloosterman összeg abszolútértéke, nem teljes Kloosterman összegek.

Multiplikatív karakterek (2 ekvivalens definíció). Primitív karakter és indukált karakter definíciója. Explicit alak. Adott a -ra az $\{n_1, n_2, \dots, n_t\}$ halmazból az a -val kongruensek számára képlet.

Gauss-összegek. Pólya-Vinogradov egyenlőtlenség. Vinogradov tétele. Vinogradov tételének következménye. Pólya-Vinogradov bizonyítása Vinogradov tételéből. Mennyire éles a P-V. Weil tétel.

Legkisebb kvadratikus nem maradék becslése.

Nagy szita analitikus alakja (bizonyítással).

Nagy szita aritmetikai alakja. Montgomery tétele (bizonyítás nélkül). A nagy szita analitikus alakjának egy következménye.

Balog-Sárközy tétele: összeghalmazban van nagy prímosztó. Kiterjesztés két darab sorozatra (bizonyítás nélkül).

Multiplikatív karakterekre vonatkozó nagy szita.

Roth tétele (bizonyítás nélkül). Következmények.